

63. ročník matematické olympiády

Úlohy klauzurní části školního kola kategorie C

1. Určete, jakých hodnot může nabývat výraz $V = ab + bc + cd + da$, splňují-li reálná čísla a, b, c, d dvojici podmínek

$$2a - 5b + 2c - 5d = 4,$$

$$3a + 4b + 3c + 4d = 6.$$

2. Čísla $1, 2, \dots, 10$ rozdělte do dvou skupin tak, aby nejmenší společný násobek součinu všech čísel první skupiny a součinu všech čísel druhé skupiny byl co nejmenší. Stačí, když uvedete jedno rozdělení a zdůvodníte, proč má požadovanou vlastnost.
3. Je dán trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C . Středem I kružnice trojúhelníku vepsané vedeme rovnoběžky se stranami CA a CB , které protnou přeponu po řadě v bodech X a Y . Ukažte, že platí $|AX|^2 + |BY|^2 = |XY|^2$.

Klauzurní část školního kola kategorie C se koná

ve čtvrtek 23. ledna 2014

tak, aby začala dopoledne a aby soutěžící měli na řešení úloh 4 hodiny čistého času. Za každou úlohu může soutěžící získat 6 bodů, úspěšným řešitelem je ten žák, který získá 10 bodů nebo více. Povolené pomůcky jsou psací a rýsovací potřeby a školní MF tabulky. Kalkulátory, notebooky ani žádné jiné elektronické pomůcky dovoleny nejsou. Tyto údaje se žákům sdělí před zahájením soutěže.