65. ročník matematické olympiády

Úlohy klauzurní části školního kola kategorie B

1. Kolika způsoby je možno vyplnit čtvercovou tabulku 3×3 čísly 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4 tak, aby součet čísel v každém čtverci 2×2 této tabulky byl roven 14?

2. Je dána úsečka AB, její střed C a uvnitř úsečky AB bod D. Kružnice $k(C, |BC|)$ a $m(B, |BD|)$ se protínají v bodech E a F a polopřímka FD protíná kružnici k v bodě K, $K \neq F$. Rovnoběžka s přímkou AB procházející bodem K protíná kružnici k v bodě L, $L \neq K$. Dokažte, že $|KL| = |BD|$.

3. Jsou dána dvě různá reálná čísla a, b větší než 1. Zapište všechna možná pořadí hodnot výrazů

$$1 + a, \quad 1 + b, \quad 1 + \frac{a+b}{2}, \quad \frac{a^2 + b^2 - 2}{a + b - 2}$$

od té nejmenší po tu největší.

Klauzurní část školního kola kategorie B se koná

ve čtvrtek 21. ledna 2016

tak, aby začala dopoledne a aby soutěžící měli na řešení úloh 4 hodiny čistého času. Za každou úlohu může soutěžící získat 6 bodů, úspěšným řešitelem je ten žák, který získá 10 bodů nebo více. Povolené pomůcky jsou psací a rýsovací potřeby a školní MF tabulky. Kalkulátory, notebooky ani žádné jiné elektronické pomůcky dovoleny nejsou. Tyto údaje se žákům sdělí před zahájením soutěže.